

डॉ. प्रदीप आगाशे यांची  
अनमोल प्रकाशन तर्फे प्रसिध्द झालेली  
**अभ्यासपूर्ण पुस्तके.**

आधी शिक्षण पालकांचे !

होय मी शिक्षक आहे !

जावे त्यांच्या पेशा !

कवितेतून पाठांतर !

**चौथी व सातवीच्या स्कॉलरशीप  
परीक्षेकरिता प्रचंड खपाची पुस्तके.**

पूर्व माध्यमिक शिष्यवृत्ती परीक्षा - इयत्ता चौथी.

माध्यमिक शिष्यवृत्ती परीक्षा - इयत्ता सातवी.

Middle School Scholarship Exam- std.- iv

High School Scholarship Exam- std.- vii

दहावीच्या परीक्षेत भरघोस यश मिळविण्यासाठी!

अनमोल २७ अपेक्षित प्रश्नसंच

(मराठी व इंग्लिश माध्यम)

अनमोल ज्ञानविज्ञान व्यवसायमाला

(सर्व इयत्तांसाठी)



अनमोल प्रकाशन, पुणे-२

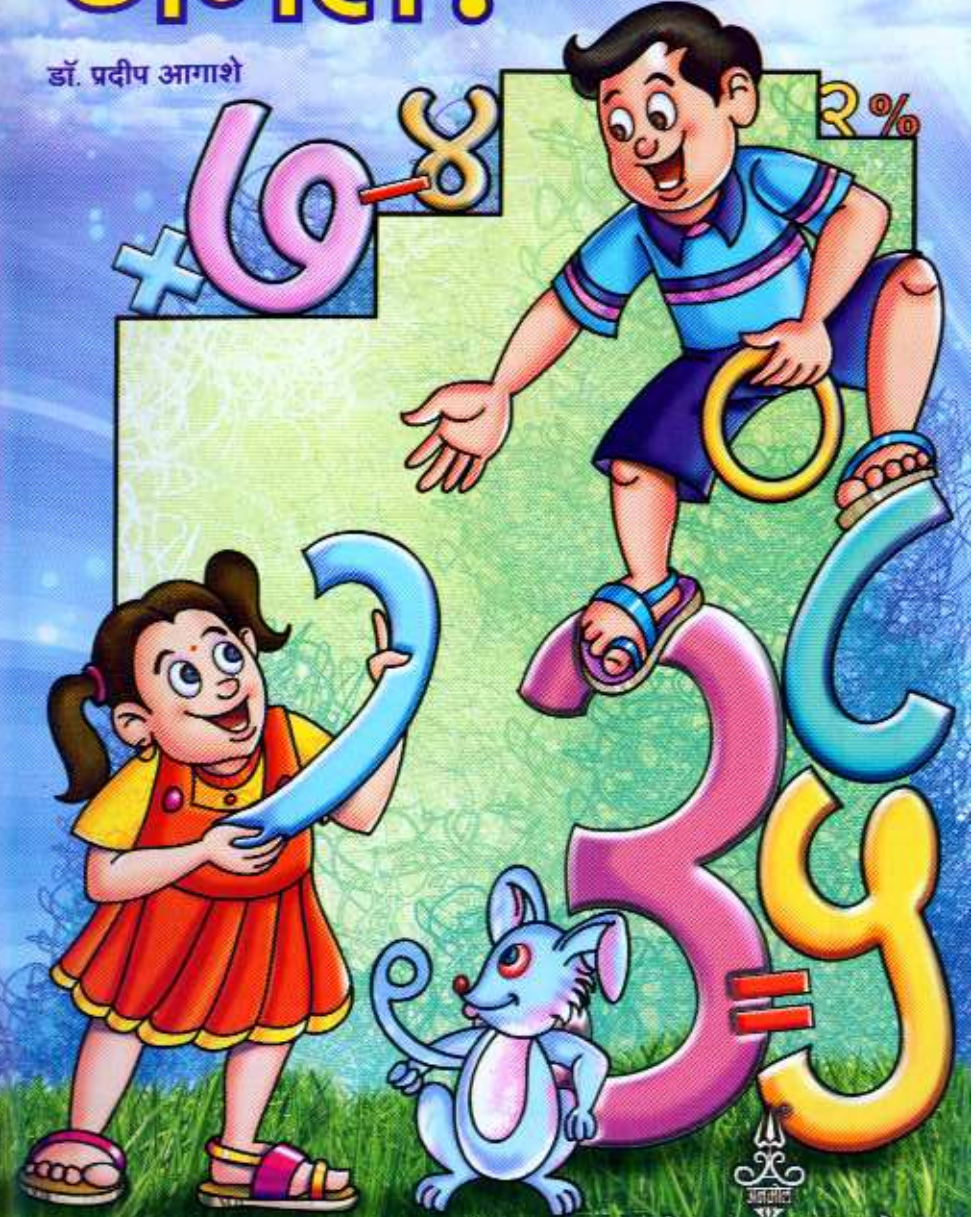
६८३, बुधवार पेठ, अप्पा बळवंत चौक, पुणे - ४११००२

☎ २४४५८५६९ Fax- ९१-०२०- २४४६९७४४,

mail- panmol@vsnl.net

# संख्यांची गंमत!

डॉ. प्रदीप आगाशे



अनमोल प्रकाशन, पुणे-२



अनमोल

# संख्यांची गंमत

लेखक

डॉ. प्रदीप आगाशे



अनमोल प्रकाशन, पुणे २.

मूल्य : १०/- रु.

प्रकाशक  
मा.द.नांदुरकर  
अनमोल प्रकाशन  
683, बुधवार पेठ,  
पुणे - 411 002.

प्रथम आवृत्ती - 2009

© अनमोल प्रकाशन

मुद्रक  
नरेंद्र मा. नांदुरकर  
अनमोल पेपर कन्व्हर्टिंग प्रा. लि.  
पोस्ट केळवडे, गट क्र. ५६२  
ता. भोर, जिल्हा - पुणे.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording and/or otherwise, without the prior written permission of the publishers.

Anmol Prakashan, Pune.

## मनोगत

मुलं गणिताचा सराव करित नाहीत अशा पालकांच्या आणि शिक्षकांच्या सततच तक्रारी असतात. गणित या विषयाच्या सरावास तर अनन्य साधारण महत्त्व आहे. गणितात अचूकता महत्त्वाची तर आहेच तसेच त्यांची ठरावीक वेगाने आकडेमोड करता येणंही महत्त्वाचं आहे. शिष्यवृत्ती परीक्षा आणि विविध स्पर्धा परीक्षेत तर वेगाने काम करणे खूपच महत्त्वाचे आहे.

त्यासाठी मुलांनी गणितच्या नादी लागण्याच्या दृष्टीने आणि हौसेने ह्या क्रिया पुनःपुन्हा करण्याच्या दृष्टीने 'संख्यांची गंमत' हे पुस्तक अतिशय उपयुक्त होईल. पालकांनी, शिक्षकांनी अशा प्रकारच्या विविध गंमती शोधून काढून, संकलित करून, विविध जादू व खेळातून मुलांना आकडेमोड कौशल्य विकसित करण्यास प्रवृत्त करावे. ह्या साऱ्यांसाठी हे पुस्तक खूपच उपयुक्त ठरेल असा विश्वास वाटतो.

आपली प्रतिक्रिया आणि अभिप्राय जरूर कळवा.

प्रकाशक

## संख्यांची गंमत

(अ)(१) चढत्या क्रमाने अंक मांडून वजाबाकी.

12	123	1234	12345	123456
-1	-12	-123	-1234	-12345
11	111	1111	11111	111111

1234567	12345678	123456789
-123456	-1234567	-12345678
1111111	11111111	111111111

(2)

120	1230	12340	123450	1234560
-12	-123	-1234	-12345	-123456
108	1107	11106	111105	1111104

12345670	123456780	123456780
-1234567	-12345678	-12345678
11111103	111111102	111111101

(3) चढत्या क्रमाने अंक मांडा संख्येला 9 ने गुणा.

12	123	1234	12345	123456
× 9	× 9	× 9	× 9	× 9
108	1107	11106	111105	1111104

1234567	12345678	12345678
× 9	× 9	× 9
11111103	111111102	111111101

(4) 8 वगळून अंक चढत्या क्रमाने मांडा. त्याला 9, 18, 27, ---, ---, ---, --- ने गुणा.

12345679	12345679	12345679
× 9	× 18	× 27
111111111	222222222	333333333

या प्रमाणे 36 ने गुणल्यास (9 वेळा 4) 4,4,4,---,---,---,  
45 ने गुणल्यास 5 5 5 5 ---, ---, --- (9 वेळा 5) या प्रमाणे येते.  
ते केव्हा, कसे ते पाहा.

9 एके 9 - - - - - 1 1 1 1 ---, ---, ---

9 दुणे 18 - - - - - 2 2 2 2 ---, ---, ---

9 त्रिक 27 - - - - - 3 3 3 3 ---, ---, --- या प्रमाणे येते.

येणाऱ्या गुणाकारातील अंकांची बेरीज अनुक्रमे 9,18,27,---,---, येते  
हे लक्षात येईल.

1 2 3 4 5 6 7 9 या गुणाकारात हातचे अनुक्रमे 8, 7, 6, 5,---,---  
, 2 असे येतात.

37 या संख्येला 3,6,9,12,---,---,--- या प्रमाणे 3 चे पाड्यातील  
संख्येने गुणल्यासही उत्तरे अनुक्रमे 1 1 1, 2 2 2, 3 3 3, ---, ---  
--- या प्रमाणे येतात.

यातही गुणाकारातील अंकांची बेरीज 3, 6, 9, 12, ---, ---  
या प्रमाणे ( 37 ला ज्या संख्येने गुणले तितकी) येते.

#### (5) संख्येचा वर्ग आणि ती संख्या यांची बेरीज

कोणत्याही संख्येच्या वर्गात तीच संख्या मिळविल्यास येणारे उत्तर हे ती  
संख्या आणि त्या पुढची संख्या यांच्या गुणाकाराइतके येते.

जसे  $2^2 + 2 = 2 \times 3$

$3^2 + 3 = 3 \times 4$

$4^2 + 4 = 4 \times 5$

$5^2 + 5 = 5 \times 6$

$6^2 + 6 = 6 \times 7$

आपली उत्तरे वेगवेगळ्या संख्या घेऊन पडताळून पाहा.

#### (ब) जादू संख्यांची

(प्रत्येक जादूच्या कृतीची प्रत्येक पायरी कळावी म्हणून एक नमुना उदाहरण  
घेतले आहे.)

1) एक संख्या मनात धरा. समजा 2 ही संख्या मनात धरू

a. त्या संख्येची तिप्पट करा  $2 \times 3 = 6$

b. त्यात एक मिळवा  $6 + 1 = 7$

c. उत्तराची पुन्हा तिप्पट करा  $7 \times 3 = 21$

d. आलेल्या उत्तरात तुम्ही मनात धरलेली संख्या मिळवा.  $21 + 2 = 23$   
प्रत्येक वेळी उत्तरात एककाचे घरात 3 येतात आणि त्यामागील संख्या  
तुम्ही मनात धरलेली संख्या असते.

(वेगवेगळी संख्या घेऊन हे पडताळून पाहा.)

2) एक संख्या मनात धरा. समजा 4 ही संख्या मनात धरू

a. त्या संख्येची पाचपट करा  $4 \times 5 = 20$

b. उत्तरात एक मिळवा  $20 + 1 = 21$

c. उत्तराची दुप्पट करा  $21 \times 2 = 42$

प्रत्येक वेळी उत्तरात एककाचे घरात 2 येतात आणि त्यामागील संख्या  
तुम्ही मनात धरलेली संख्या असते.

(वेगवेगळी संख्या घेऊन हे पडताळून पाहा.)

3) एक संख्या मनात धरा. समजा 3 ही संख्या मनात धरू

a. त्या संख्येची दुप्पट करा  $3 \times 2 = 6$

b. उत्तरात एक मिळवा  $6 + 1 = 7$

c. उत्तराची पाचपट करा  $7 \times 5 = 35$

प्रत्येक वेळी उत्तरात एककाचे घरात 5 येतात आणि त्यामागील संख्या  
तुम्ही मनात धरलेली संख्या असते.

(वेगवेगळी संख्या घेऊन हे पडताळून पाहा.)

4) मनातील पत्ता ओळखणे.

a. (या जादूत एका म्हणजे 1, दशरी म्हणजे 10, गुलाम म्हणजे 11, राणी  
म्हणजे 12 आणि राजा म्हणजे 13 हे आधी समजावून सांगणे.)

b. कोणतेही एक पान मनात धरा.

- c. त्या संख्येची दुप्पट करा.  
d. उत्तरात एक मिळवा.  
e. पुन्हा पाचपट करा.  
f. पान इसपिकचे असेल तर 6, बदामाचे असेल तर 7, किल्लवरचे असेल तर 8 आणि चौकटचे असेल तर 9 मिळवा. (उत्तराचे एककाचे घरात  
1 तर इसपिकचे  
2 तर बदामचे  
3 तर किल्लवरचे  
4 तर चौकटचे पान असेल  
आणि मागील संख्येतून एक वजा केले असता पान मिळेल.)  
(वेगवेगळे पत्ते मनात धरून पडताळून पहा.)
- 5) कोणतेही 2 अंक मनात धरा. समजा 3,7 हे अंक मनात धरू  
a. उतरत्या क्रमाने लिहून 2 अंकी संख्या मिळवा. 73  
b. तेच अंक चढत्या क्रमाने लिहून 2 अंकी संख्या मिळवा. 37  
c. त्यांची वजाबाकी करा. 
$$\begin{array}{r} 73 \\ -37 \\ \hline 36 \end{array}$$
  
d. उत्तराच्या अंकांची अदलाबदल करून खाली मांडा  $+63$   
e. या दोन संख्यांची बेरीज करा. 99  
प्रत्येक वेळी ही बेरीज 99 येते.
- 6) कोणतेही 3 अंक मनात धरा. समजा 5, 3, 2 हे अंक मनात धरू  
a. उतरत्या क्रमाने अंक लिहून 3 अंकी संख्या लिहा. 532  
b. तेच अंक चढत्या क्रमाने लिहून 3 अंकी संख्या लिहा. 235  
c. त्यांची वजाबाकी करा. 
$$\begin{array}{r} 532 \\ -235 \\ \hline 297 \end{array}$$
  
d. उत्तराचे अंक उलट क्रमाने लिहून बेरीज करा.  $+792$   
e. या दोन संख्यांची बेरीज करा. 1089  
प्रत्येक वेळी ही बेरीज 1089 येते.

संख्यांची गंमत .....(4)

- 7) याच पद्धतीने 4 अंक मनात धरून कृती केल्यास प्रत्येक वेळी उत्तर 10890 येते.  
8) आधी बेरीज मांडणे  
a. कोणतीही 4 अंकी संख्या सांगा. समजा ती 3 2 4 5  
b. लगेचच मी बेरीज मांडेन (ती मांडताना संख्येतून 1 वजा करावा आणि तो मागे मांडावा.) 1 3 2 4 4  
म्हणजे  $3 2 4 5 - 1 = 3244$   
उत्तर 13244  
c. पुन्हा 4 अंकी संख्या सांगण्यास सांगावे. 3 2 4 5  
(समजा ती 5472) + 5 4 7 2  
d. ही संख्या पहिल्या संख्येखाली लिहावी. 4 5 2 7  
त्या खाली आपण संख्या लिहावी.(4527) 1 3 2 4 4  
ही संख्या अशी निवडली की प्रत्येक वेळी दुसऱ्या व तिसऱ्या संख्येतील प्रत्येक घरातील अंकांची बेरीज 9 येईल. म्हणजे (दुसऱ्या व तिसऱ्या) त्यांची बेरीज 9999.  
अन्य 4, 4 अंकी संख्या घेऊन हे पडताळून पाहा. असेच 3, 3 अंकी, 5,5 अंकी कितीही अंकी संख्यांबाबत करता येईल. फक्त प्रत्येक वेळी संख्येतील अंक समान हवेत.
- 9)a. तीन संख्यांची बेरीज जशी मांडली तशीच 5 संख्यांची बेरीजही पहिली संख्या सांगताच मांडता येते. फक्त आता त्या संख्येतून 2 वजा करावयाचे आणि ते मागे लिहावयाचे.  
b. दुसरी संख्या प्रेक्षकातील कोणी सांगेल.  
c. तर तिसरी संख्या आपण लिहिणार आहोत. (बेरीज 9999 येईल अशी)  
d. चौथी संख्या प्रेक्षकातील कोणीही सांगेल.  
e. तर पाचवी संख्या वरील पद्धतीनेच आपण लिहू.  
वेगवेगळ्या संख्या घेऊन हे पडताळून पाहता येईल.  
(असेच सात संख्यांच्या बेरेजेच्या वेळी 3 वजा करून मागे 3 लिहावेत. तर 9 संख्यांच्याबाबत 5 वजा करून मागे पाच लिहावेत.)

संख्यांची गंमत .....(5)

- 10) 1 ते 63 मधील कोणतीही 1 संख्या मनात धरा. खालीलपैकी कोणकोणत्या टेबलात ती संख्या येते ते पहा. त्या सर्व टेबल मधील पहिल्या संख्यांची बेरीज म्हणजे तुमची संख्या असेल. आपली उत्तरे पडताळून पाहा.

(1)	1	11	21	31	41	51	61	(2)	2	11	22	31	42	51	62
	3	13	23	33	43	53	63		3	14	23	34	43	54	63
	5	15	25	35	45	55			6	15	26	35	46	55	
	7	17	27	37	47	57			7	18	27	38	47	58	
	9	19	29	39	49	59			10	19	30	39	50	59	

(3)	4	13	22	31	44	53	62	(4)	8	13	26	31	44	57	62
	5	14	23	36	45	54	63		9	14	27	40	45	58	63
	6	15	28	37	46	55			10	15	28	41	46	59	
	7	20	29	38	47	60			11	24	29	42	47	60	
	12	21	30	39	52	61			12	25	30	43	56	61	

(5)	16	21	26	31	52	57	62	(6)	32	37	42	47	52	57	62
	17	22	27	48	53	58	63		33	38	43	48	53	58	63
	18	23	28	49	54	59			34	39	44	49	54	59	
	19	24	29	50	55	60			35	40	45	50	55	60	
	20	25	30	51	56	61			36	41	46	51	56	61	

काही गमतीदार नित्य समीकरणे :

$$1) \quad n \frac{n}{n+1} \times (n+2) = n \frac{n}{n+1} + (n+2)$$

$$2) \quad n \times \frac{n}{n+1} = n - \frac{n}{n+1}$$

$$3) \quad n \frac{n}{n+2} \div \frac{n+1}{n+2} = n \frac{1}{n+2} + \frac{n+1}{n+2}$$

$$4) \quad (n+3) \frac{1}{n+1} \div n+2 = (n+3) \frac{1}{n+1} - (n+2)$$

वरील नित्य समीकरणात  $n$  च्या अनुक्रमे 1,2,3 ---, --- अशा किंमती दिल्यास गमतीदार अपूर्णाकांच्या गमतीची मालिकाच मिळते. यात  $n = 1$  असतानाची 4 विधाने पाहा.

$$1) \quad 1 \frac{1}{2} \times 3 = 1 \frac{1}{2} + 3$$

$$2) \quad 1 \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$3) \quad 1 \frac{1}{3} \div \frac{2}{3} = 1 \frac{1}{3} + \frac{2}{3}$$

$$4) \quad 4 \frac{1}{2} \div 3 = 4 \frac{1}{2} - 3$$

$n$  च्या इतर किंमतींना अशी विधाने लिहा आणि त्यांचा खरे खोटेपणा पडताळून पहा.

**गंमत झाली पण ..... गणिती रहस्य ?**

- (अ) 1) दोन क्रमागत नैसर्गिक संख्यांतील फरक 1 येतो; म्हणूनच पहिल्या प्रकारात वजाबाकी 11, 111, 1111, -----, ----- अशी येते.
- 2)  $10 - 2 = 08$ ;  $10 - 3 = 07$ ;  $10 - 4 = 06$  आणि क्रमागत नैसर्गिक संख्यांची वजाबाकी 1 म्हणूनच 108, 1107, 11106, --- या पद्धतीची उत्तरे येतात. (या साऱ्या उदाहरणात संख्येच्या दहा पटीतून ती संख्या वजा केलेली आहे.)

संख्यांची गंमत .....(7)

संख्यांची गंमत .....(6)

3) उदाहरण 2 च्या क्रमानेच उदा. 3 मधील उत्तरे (108, 1107, 11106, ---) येतात कारण संख्येच्या दहापटीमधून ती संख्या वजा करणे म्हणजेच संख्येची नऊपट (संख्येला 9 ने गुणणे) होय.

4)  $123456789 \times 9$  यांचा गुणाकार 1111111101 येतो हे कळले. यातील 8 हा अंक गाळल्यास दशकाच्या घरात येणारे शून्य जाते.

$$\text{आता } 111 \times 2 = 222$$

$$111 \times 3 = 333$$

$$111111111 \times 2 = 222222222$$

$$12345679 \times 18$$

$$= 12345679 \times 9 \times 2 \dots\dots (\text{कारण } 18 = 9 \times 2)$$

$$\therefore = 111111111 \times 2$$

$$\therefore = 222222222$$

5) \* ती संख्या मानली तर

$$x^2 + x$$

$$= x(x + 1)$$

(ब) जादू मागील रहस्य

(1,2,3) साठी कोणत्याही संख्येची दहापट केल्यास ती संख्या दशकाच्या घरात येते.

$$\text{उदा. } 3 \times 10 = 30$$

1) मध्ये मनातील संख्येची दहापट होते आणि त्यात 3 मिळविले जातात.

2) संख्येची दहापट होते आणि त्यात 2 मिळविले जातात.

3) संख्येची दहापट होते आणि त्यात 5 मिळविले जातात.

4) या जादूतील प्राथमिक कृती तिसऱ्या जादू प्रमाणेच आहे. त्यामुळे एककाच्या घरात 5 अंक येतो. इथपर्यंतचा प्रकार तसाच आहे. परंतु यातून इस्पिक, बदाम, किलवर, चौकट यांपैकी कोणते पान आहे? हे कळण्यासाठी

त्यात आपण अनुक्रमे 6,7,8,9 मिळवितो. एककाच्या घरात 5 आल्यानंतर त्यात अनुक्रमे 6,7,8,9 मिळविल्यास  $5+6 = 11$ ,  $5+7 = 12$ ,  $5+8 = 13$  आणि  $5+9 = 14$  येणार. खरं ना! म्हणजेच उत्तराचे एककाचे घरात इस्पिकचे पान असताना 1, बदामाचे पान असताना 2, किलवरचे पान असताना 3 तर चौकटचे पान असताना 4 येतील आणि बेरजेचे दशकाच्या घरात एक हा हातचा झाल्याने मागील अंक 1 ने वाढतो म्हणूनच मागच्या अंकातून तो हातचा 1 वजा केल्यास आपले पान असते.

5) या जादूमध्ये उतरत्या आणि चढत्या क्रमाने मांडलेल्या संख्यांच्या वजाबाकीत प्रत्येक वेळी अंकांची बेरीज 9 येते.

6) या जादूत उतरत्या आणि चढत्या क्रमाने मांडलेल्या संख्यांच्या वजाबाकीत मधला अंक नेहमीच 9 येतो आणि कडेच्या अंकांची बेरीज 9 येते.

7) या जादूत उतरत्या आणि चढत्या क्रमाने मांडलेल्या संख्यांच्या वजाबाकीत कडेच्या दोन अंकांची बेरीज नेहमी दहा येते आणि मधल्या दोन अंकांची बेरीज नेहमीच 8 येते.

8) प्रत्येक वेळी दुसऱ्या आणि तिसऱ्या संख्यांची बेरीज (9999) म्हणजेच दहा हजाराला 1 कमी. म्हणून पहिल्या संख्येतून 1 वजा करायचा आणि तो दहा हजाराच्या घरात 1 येणार म्हणून मागे लिहायचा.

9) 5 संख्यांच्या बेरजेच्या वेळी दुसऱ्या आणि तिसऱ्या संख्यांची बेरीज 9999, चौथ्या आणि पाचव्या संख्यांची बेरीज 9999. म्हणजेच 2,3,4,5 या संख्यांची बेरीज नेहमीच 19998 (9999 + 9999). म्हणजेच 20000 ला 2 कमी म्हणून पहिल्या संख्येतून 2 वजा करतात आणि ते वीस हजारासाठी मागे लिहितात. याच पद्धतीचे रहस्य 7 आणि 9 संख्यांच्या बाबत सांगता येईल.

10) ही टेबले अशी आहेत की या प्रत्येकातील पहिली संख्या अनुक्रमे 1,2,4,8,16,32 अशी आहे.

आपण 1 ते 63 मधील प्रत्येक संख्या वरील संख्यांच्या बेरजेच्या भाषेत लिहितो. जसे  $17 = 16 + 1$  आणि ती संख्या वरील पैकी ज्या ज्या



संख्यांच्या बेरजेने येते त्या त्या टेबलमध्ये ही संख्या लिहितो. म्हणूनच 17 ही संख्या 1 आणि 16 चे टेबलमध्ये आहे.

गमतीदार नित्य समीकरणाने  $n$  च्या विविध किंमतींनी येणाऱ्या डाव्या बाजूच्या आणि उजव्या बाजूच्या अपूर्णाकावरील क्रियांची उत्तरे समान येतात. हे पाहताना गंमत तर वाटतेच परंतु अपूर्णाकावरील विविध क्रियांचा सराव होतो.

•••

## आणखी काही गमती

**संख्यांचे वर्ग :** एखाद्या संख्येचा वर्ग म्हणजे त्याच संख्येला त्याच संख्येने गुणणे हे आपल्याला माहित आहे; म्हणूनच  $5^2$  (5 चा वर्ग) 25 येतो. कारण  $5 \times 5 = 25$  परंतु, असे मोठ्या संख्येचे वर्ग करणे, मोठ्या मोठ्या गुणाकारामुळे किचकट होते. म्हणूनच त्या बाबतच्या काही युक्त्या समजावून घ्या.

(अ) **एककाच्या घरात 1 असणाऱ्या संख्यांचे वर्ग :**

हे करताना उत्तरात एककाचे घरात 1 लिहा. त्या मागे संख्येतील एककाच्या घराच्या मागच्या संख्येची दुप्पट लिहा आणि त्यामागे मागील संख्येचा वर्ग लिहा.

उदा. :

$11^2 = 121$  ( कारण उत्तराच्या एककाच्या घरात 1. मागील अंक 1 त्याची दुप्पट 2 त्यामागे 1 चा वर्ग म्हणून उत्तर 121)

तसेच :

$21^2 = 441$  ( कारण उत्तराच्या एककाच्या घरात 1. मागील अंक 2. त्याची दुप्पट 4. मागील अंकाचा वर्ग म्हणजे 2 चा वर्ग 4; म्हणून उत्तर 441)

$31^2 = 961$  ( कारण उत्तराच्या एककाच्या घरात 1. त्यामागील अंक 3. त्याची दुप्पट 6 आणि 3 चा वर्ग 9; म्हणून उत्तर 961)

संख्यांची गंमत .....(10)

त्याच प्रमाणे  $41^2 = 1681$  हे लक्षात येईल. परंतु 51 चा वर्ग करताना उत्तराच्या एककाच्या घरात 1 हे जरी खरे असले तरी मागील अंक 5 ची दुप्पट 10 येते. येथे हातचा 1 येतो हे लक्षात ठेवा आणि त्यामागे 5 चा वर्ग 25 करताना त्यात 1 हातचा मिळवावा म्हणजे  $51^2 = 2601$  असा होईल.

याप्रमाणे :	$61^2 = 3721$	$71^2 = 5041$
	$81^2 = 6541$	$91^2 = 8281$
	$101^2 = 10201$	$111^2 = 12321$
	$121^2 = 14641$	

(ब) **एककाच्या घरात 5 असणाऱ्या संख्यांचे वर्ग :**

हे करताना प्रथम उजव्या बाजूला 25 मांडा. 5 च्या मागील अंक आणि त्यालगतचा अंक यांचा गुणाकार करा आणि तो 25 च्या मागे मांडा.

जसे :

$15^2 = 225$  ( कारण 1 च्या लगतचा अंक 2 आणि  $1 \times 2 = 2$  )  
 $25^2 = 625$  ( कारण 2 च्या लगतचा अंक 3 आणि  $2 \times 3 = 6$  )  
 $35^2 = 1225$  ( कारण 3 च्या लगतचा अंक 4 आणि  $3 \times 4 = 12$  )

याप्रमाणे :

$45^2 = 2025$	$65^2 = 4225$	$85^2 = 7225$
$55^2 = 3025$	$75^2 = 5625$	$95^2 = 9025$

(क) **क्रमाने येणाऱ्या संख्यांचे वर्ग :**

$30^2 = 900$

$31^2 = 900 + 30 + 31 = 961$

$32^2 = 961 + 31 + 32 = 1024$

$33^2 = 1024 + 32 + 33 = 1089$

$34^2 = 1089 + 33 + 34 = 1156$

$35^2 = 1156 + 34 + 35 = 1225$

सूत्र :

संख्येचा वर्ग =

त्या आधीच्या संख्येचा वर्ग

+ आधीची संख्या

+ ती संख्या.

संख्यांची गंमत .....(11)

**काही गुणाकार**

(अ)  $101 \times$  कोणतीही दोन अंकी संख्या = तीच दोन अंकी संख्या दोन वेळा एका पुढे एक येते.

उदा.

$$101 \times 37 = 3737$$

$$101 \times 42 = 4242$$

$$101 \times 53 = 5353$$

(ब)  $1001 \times$  कोणतीही तीन अंकी संख्या = तीच 3 अंकी संख्या 2 वेळा एका पुढे एक येते.

उदा. :

$$1001 \times 357 = 357357$$

$$1001 \times 576 = 576576$$

**काही बेरजा सोप्या पद्धतीने**

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = ?$$

$$= \frac{(1+10) \times 10}{2} = \frac{11 \times 10}{2} = 11 \times 5 = 55$$

या संख्या 1,1 ने वाढत जाणाऱ्या संख्या आहेत. अशा प्रकारे 1 नेच नव्हे तर 2 ने, 3 ने परंतु, एका समान संख्येने वाढत जाणाऱ्या संख्या असतील तरीही अशांच्या बेरजेसाठी एक सूत्र आहे. तेच पहिल्या उदाहरणात वापरले आहे.

सूत्र :

$$\text{बेरीज} = \frac{\text{एकूण संख्या} \times (\text{पहिली संख्या आणि शेवटच्या संख्यांची बेरीज})}{2}$$

पहिल्या उदाहरणात एकूण संख्या 10. पहिली संख्या 1 व शेवटची संख्या 10.

$$\text{बेरीज} = \frac{10 \times (1+10)}{2} = \frac{10 \times 11}{2} = 11 \times 5 = 55$$

याप्रमाणे :

$$2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 = ?$$

$$= \frac{7 \times (2+20)}{2}$$

$$= \frac{7 \times 22}{2}$$

$$= 7 \times 11$$

$$= 77$$

कारण एकूण संख्या 7. पहिली संख्या 2. शेवटची संख्या 20 आणि लागतच्या संख्यांतील फरक 3. म्हणजेच संख्या 3,3 ने वाढत आहे.

**विषम संख्यांची बेरीज**

पहिली विषम संख्या	1	=	1	=	1 <sup>2</sup>
पहिल्या दोनांची बेरीज	1 + 3	=	4	=	2 <sup>2</sup>
पहिल्या तिनांची बेरीज	1 + 3 + 5	=	9	=	3 <sup>2</sup>
पहिल्या चारांची बेरीज	1 + 3 + 5 + 7	=	16	=	4 <sup>2</sup>
पहिल्या सतरा विषम संख्यांची बेरीज		=		=	17 <sup>2</sup>
		=		=	289
सूत्र पहिल्या n विषम संख्यांची बेरीज		=		=	n <sup>2</sup>

**दिलेल्या संख्येचे 10 %; दिलेल्या संख्येचा 1 %**

दिलेल्या संख्येचे 10 % ठरविताना दशांश चिन्ह एक घर डाव्या बाजूला सरकवावे. तर दिलेल्या संख्येचा 1 % ठरविताना दशांश चिन्ह दोन घरे डाव्या बाजूला सरकवावे.

जसे :

576 चे 10 %	57.6
576 चा 1 %	5.76
87.7 चे 10 %	8.77
87.7 चा 1 %	.877

दिलेल्या संख्येला 0 ने गुणले किंवा 0 ला कोणत्याही संख्येने भागले तरी उत्तर 0 येते.

दिलेल्या संख्येला 0 ने गुणले असता गुणाकार 0 येतो. शून्याला कोणत्याही संख्येने भागले तर भागाकार 0 येतो. शून्याने कोणत्याही संख्येला भागणे म्हणजे अर्थहीन किंवा अनंत. हे कसे?

**गुणाकार :**

उदा. : माझ्याकडे 5 खोकी आहेत आणि प्रत्येक खोक्यात 4 पेन्सिली आहेत तर एकूण पेन्सिली किती?

ह्या प्रश्नाचे उत्तर मिळविताना आपण खालील सूत्र वापरतो.

एकूण पेन्सिली = प्रत्येक खोक्यातील पेन्सिलींची संख्या  $\times$  खोक्यांची संख्या

म्हणूनच उत्तर : एकूण पेन्सिली =  $4 \times 5 = 20$

आता दुसऱ्या उदाहरणात माझ्याकडे 7 खोकी आहेत आणि प्रत्येक खोक्यात शून्य पेन्सिली आहेत. (म्हणजेच सर्व खोकी रिकामी आहेत.) तर एकूण पेन्सिली किती?

या वेळी खोक्यांची संख्या 7; प्रत्येक खोक्यातील पेन्सिलींची संख्या 0

$\therefore$  एकूण पेन्सिली =  $7 \times 0$

एकूण पेन्सिली शून्यच असणार कारण कोणत्याच खोक्यात पेन्सिल नाही.

म्हणून  $7 \times 0 = 0$

**भागाकार :**

उदा. : मी 20 पेन्सिली वाटायचे ठरविले आणि प्रत्येकास 4 पेन्सिली दिल्या तर त्या पेन्सिली किती जणांना वाटता येतील?

यासाठी आपण खालील सूत्र वापरणार आहोत.

$$\frac{\text{एकूण पेन्सिली}}{\text{प्रत्येकास दिलेल्या पेन्सिली}} = \text{पेन्सिल मिळालेल्यांची संख्या}$$

$$\therefore \frac{20}{4} = 5$$

म्हणजेच 5 जणांना पेन्सिली वाटता येतील.

उदा. : माझ्याकडे पेन्सिलीच नसतील आणि प्रत्येकाला 4 पेन्सिली द्यायच्या असे ठरले तर त्या पेन्सिली किती जणांना मिळतील?

जर माझ्याकडे पेन्सिलीच नसतील तर त्या कोणालाच मिळणार नाहीत. म्हणजेच पेन्सिली मिळालेल्यांची संख्या 0.

वाटलेल्या पेन्सिली = 0; प्रत्येकाला मिळणाऱ्या पेन्सिली = 4.

$$\therefore \frac{0}{4} = 0$$

उदा. : समजा मी एकूण 20 पेन्सिली वाटायचे ठरविले आणि प्रत्येकास 0 पेन्सिली दिल्या तर त्या पेन्सिली किती जणांना देता येतील?

प्रत्यक्ष पेन्सिल द्यायचीच नसल्याने कितीही जणांना त्या देता येतील आणि तरीही 20 पेन्सिली तशाच राहतील.

$$\therefore \frac{20}{0} = \text{अर्थहीन किंवा अनंत}$$

**चुकले काय ?**

जर  $\frac{ab}{bc} = \frac{a}{c}$  असते

म्हणजे b चा लोप करता येतो.

तर  $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$  मांडताना 6 चा लोप केल्यास काय चुकले ?

लक्षात ठेवा : ab चा b हा अवयव आहे.

bc चा b हा अवयव आहे.

परंतु, 16 चा 6 अवयव नाही आणि 64 चा 6 हा अवयव नाही.

(16 म्हणजे  $1 \times 16$  नाही आणि  $64 = 6 \times 4$  नाही परंतु, ab आणि bc म्हणजे  $a \times b$  आणि  $b \times c$  आहे.)

●●●

## पाढे करू या गमतीने

गणितातील आकडेमोडीचा पारंपरिक प्रकार म्हणजे पाढे. परंतु पाढे म्हणजेच केवळ आकडेमोड नव्हे. मागील भागात आपण आकडेमोडीचे वेगवेगळे गमतीदार प्रकार पाहिले. पाढे तयार करण्याचा प्रकार असाच मुलांना आकडेमोडीच्या नादी लावणारा आहे. पाढे तयार करण्याच्या ह्या मनोरंजक पद्धतीने मुलांना आकडेमोड केल्याचा आनंद मिळतोच परंतु, त्याच बरोबर आकडेमोड कौशल्य, निरीक्षण कौशल्य, निर्णय क्षमता, निष्कर्ष काढण्याची आणि त्याचा कार्यकारण भाव सांगण्याची चांगली सवय लागते आणि या सर्वांत अभ्यासातले प्रधान कौशल्य असणारी एकाग्रता सुधारते. म्हणूनच या दुसऱ्या भागात आपण याचीच चर्चा करणार आहोत.

99 पर्यंतचे पाढे तयार करण्यासाठी 99 पर्यंतच्या सर्व संख्यांचे एकूण 9 गट करावे लागतील.

एकाकाच्या घरात 1 अंक असणाऱ्या 11, 21, 31, ....., ....., ....., 91 या संख्यांचा पहिला गट येतो.

या प्रमाणे एकाकाच्या घरात 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 असणाऱ्या एकूण 9 गटांचा विचार करणार आहोत.

**गट 1 : एकाकाच्या घरातील अंक 1 : यासाठी प्रथम 1, 2, ..., ..., ..., 9, 0**

असे दहा अंक एकाखाली एक लिहा.

21 1 21 चा पाढा तयार करताना या मागे बे चा (2 चा) पाढा लिहा.

42 2 31 चा पाढा तयार करताना या मागे तीनचा (3 चा) पाढा लिहा.

63 3 याप्रमाणे :

84 4 41 साठी 4 चा पाढा लिहा.

105 5 51 साठी 5 चा पाढा लिहा.

126 6 61 साठी 6 चा पाढा लिहा.

147 7 71 साठी 7 चा पाढा लिहा.

168 8 81 साठी 8 चा पाढा लिहा.

199 9 91 साठी 9 चा पाढा लिहा.

210 0 हे करताना पाढ्याच्या शेवटच्या संख्येत 1 मिळवावा. म्हणजे  
बे दाही 20 चे ऐवजी  $20 + 1 = 21$

तीन दाहे 30 चे ऐवजी 31

चार दाही 40 चे ऐवजी 41

म्हणजे 11, 21, ..., ..., ..., 91 चे पाढे अशा पद्धतीने मिळतील.

<u>11</u>	<u>21</u>	<u>31</u>	<u>41</u>	<u>51</u>	<u>61</u>	<u>71</u>	<u>81</u>	<u>91</u>
<u>22</u>	<u>42</u>	<u>62</u>	<u>82</u>	<u>102</u>	<u>122</u>	<u>142</u>	<u>162</u>	<u>182</u>
<u>33</u>	<u>63</u>	<u>93</u>	<u>123</u>	<u>153</u>	<u>183</u>	<u>213</u>	<u>243</u>	<u>273</u>
<u>44</u>	<u>84</u>	<u>124</u>	<u>164</u>	<u>204</u>	<u>244</u>	<u>284</u>	<u>324</u>	<u>364</u>
<u>55</u>	<u>105</u>	<u>155</u>	<u>205</u>	<u>255</u>	<u>305</u>	<u>355</u>	<u>405</u>	<u>455</u>
<u>66</u>	<u>126</u>	<u>186</u>	<u>246</u>	<u>306</u>	<u>366</u>	<u>426</u>	<u>486</u>	<u>546</u>
<u>77</u>	<u>147</u>	<u>217</u>	<u>287</u>	<u>357</u>	<u>427</u>	<u>497</u>	<u>567</u>	<u>637</u>
<u>88</u>	<u>168</u>	<u>248</u>	<u>328</u>	<u>408</u>	<u>488</u>	<u>568</u>	<u>648</u>	<u>728</u>
<u>99</u>	<u>189</u>	<u>279</u>	<u>369</u>	<u>459</u>	<u>549</u>	<u>639</u>	<u>729</u>	<u>819</u>
<u>110</u>	<u>210</u>	<u>310</u>	<u>410</u>	<u>510</u>	<u>610</u>	<u>710</u>	<u>810</u>	<u>910</u>

**गट 2 : एकाकाच्या घरातील अंक 9 : यामध्ये आपल्याला 19, 29, 39, ..., ..., ..., 99 असे पाढे तयार करता येतील.**

यासाठी प्रथम 9, 8, 7, 6, ..., ..., 1, 0 असे दहा अंक एकाखाली एक मांडा.

9 19 चा पाढा तयार करताना 9 च्या मागे 1 लिहा.

8 29 चा पाढा तयार करताना 9 च्या मागे 2 लिहा.

7 39 साठी 3 लिहा.

4 49 साठी 4 लिहा.

5 59 साठी 5 लिहा.

4 69 साठी 6 लिहा.

3 79 साठी 7 लिहा.

2 89 साठी 8 लिहा.

1 99 साठी 9 लिहा.

0

19 आता 19 च्या पाढ्याची पुढची कृती समजावून घेऊ या.  
38 19 मध्ये दशकाच्या घरातील अंक 1 त्यात 1 मिळवा म्हणजे येतील 2  
57 या प्रमाणे  $1 + 2 = 3$  लिहा.  $3 + 2 = 5$  असे शेवटपर्यंत 2, 2 मिळवत  
76 गेल्यास 19 चा पाढा मिळेल.

95

114 या प्रमाणे 29 च्या पाढ्याच्या वेळी दशकाच्या घरातील अंक 2 यात 1  
133 मिळविल्यास 3 होतील. म्हणजेच शेवटपर्यंत 3, 3 मिळवित गेल्यास 29  
152 चा पाढा करता येईल.

171

190 39 च्या पाढ्याच्या वेळी 4,4  
 49 च्या पाढ्याच्या वेळी 5,5 .....  
 59 च्या पाढ्याच्या वेळी 6,6 .....  
 69 च्या पाढ्याच्या वेळी 7,7.....  
 79 च्या पाढ्याच्या वेळी 8,8 .....  
 89 च्या पाढ्याच्या वेळी 9,9 .....  
 99 च्या पाढ्याच्या वेळी 10,10 मिळविल्यास हे पाढे तयार करता येतात.

<u>19</u>	<u>29</u>	<u>39</u>	<u>49</u>	<u>59</u>	<u>69</u>	<u>79</u>	<u>89</u>	<u>99</u>
<u>38</u>	<u>58</u>	<u>78</u>	<u>98</u>	<u>118</u>	<u>138</u>	<u>158</u>	<u>178</u>	<u>198</u>
<u>57</u>	<u>87</u>	<u>117</u>	<u>147</u>	<u>177</u>	<u>207</u>	<u>237</u>	<u>267</u>	<u>297</u>
<u>76</u>	<u>116</u>	<u>156</u>	<u>196</u>	<u>236</u>	<u>276</u>	<u>316</u>	<u>356</u>	<u>396</u>
<u>95</u>	<u>145</u>	<u>195</u>	<u>245</u>	<u>295</u>	<u>345</u>	<u>395</u>	<u>445</u>	<u>495</u>
<u>114</u>	<u>174</u>	<u>234</u>	<u>294</u>	<u>354</u>	<u>414</u>	<u>474</u>	<u>534</u>	<u>594</u>
<u>133</u>	<u>203</u>	<u>273</u>	<u>343</u>	<u>413</u>	<u>483</u>	<u>553</u>	<u>623</u>	<u>693</u>
<u>152</u>	<u>232</u>	<u>312</u>	<u>392</u>	<u>472</u>	<u>552</u>	<u>632</u>	<u>712</u>	<u>792</u>
<u>171</u>	<u>261</u>	<u>351</u>	<u>441</u>	<u>531</u>	<u>621</u>	<u>711</u>	<u>801</u>	<u>891</u>
<u>190</u>	<u>290</u>	<u>390</u>	<u>490</u>	<u>590</u>	<u>690</u>	<u>790</u>	<u>890</u>	<u>990</u>

संख्यांची गंमत .....(18)

**गट 3 : एककाच्या घरातील अंक 5 :** यामध्ये आपल्याला 15, 25 35, ..., ..., ..., 95 पर्यंतच्या पाढ्यांचा अभ्यास करणार आहोत.  
 यासाठी प्रथम 5, 0, 5, 0, ..., ..., 5, 0 असे दहा अंक एकराखाली एक मांडा.  
 5 15 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 1 लिहा.  
 0 25 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 2 लिहा.  
 5 35 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 3 लिहा.  
 0 45 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 4 लिहा.  
 5 55 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 5 लिहा.  
 0 65 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 6 लिहा.  
 5 75 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 7 लिहा.  
 0 85 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 8 लिहा.  
 5 95 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 9 लिहा.  
 0

15 आता 15 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 1 येईल.  
30 25 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 2 येईल.  
45 35 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 3 येईल.....  
60 95 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 9 येईल.  
75  
90 15 चा पाढा तयार करताना ह्या मागील 1 मध्ये 1 मिळवा म्हणजे 2  
105 येतील आणि आता 2, 1, 2, 1 असे मिळवित गेल्यास 15 चा पाढा  
120 करता येईल.  
135  
150 25 च्या पाढ्याच्या वेळी 3,2, 3, 2 असे मिळवित गेल्यास 25 चा  
 पाढा करता येईल.  
 35 च्या पाढ्याच्या वेळी 4,3, 4, 3 असे मिळवित गेल्यास 35 चा  
 पाढा करता येईल.  
 याचप्रमाणे 95 च्या पाढ्याच्या वेळी 10,9, 10, 9 असे मिळवित  
 गेल्यास 95 चा पाढा करता येईल.

संख्यांची गंमत .....(19)

15	25	35	45	55	65	75	85	95
30	50	70	90	110	130	150	170	190
45	75	105	135	165	195	225	255	285
60	100	140	180	220	260	300	340	380
75	125	175	225	275	325	375	425	475
90	150	210	270	330	390	450	510	570
105	175	245	315	385	455	525	595	665
120	200	280	360	440	520	600	680	760
135	225	315	405	495	585	675	765	855
150	250	350	450	550	650	750	850	950

गट 4 : एककाच्या घरातील अंक 2 : यामध्ये आपल्याला 12, 22 32, ..., ..., ..., 92 च्या पाढ्यांचा विचार करू या.

यासाठी प्रथम 2, 4, 6, 8, 0, 2, 4, 6, 8, 0 असे दहा अंक एकाखाली एक मांडा.

2 12 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 1 लिहा.

4 यामध्ये प्रत्येक वेळी 1 मिळवावा. फक्त 0 च्या घरात जाताना 2 मिळवावेत.

6 म्हणजे 12 चा पाढा तयार होईल.

8

0 22 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 2 लिहा.

2 यामध्ये प्रत्येक वेळी 2 मिळवावे. फक्त 0 च्या घरात जाताना 3 मिळवावेत.

4 म्हणजे 22 चा पाढा तयार होईल.

6

8 32 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 3 लिहा.

0 यामध्ये प्रत्येक वेळी 3 मिळवावे. फक्त 0 च्या घरात जाताना 4 मिळवावेत.

म्हणजे 32 चा पाढा तयार होईल.

92 चा पाढा तयार करताना मागे दशकाच्या घरात 9 लिहा.

यामध्ये प्रत्येक वेळी 9 मिळवावे. फक्त 0 च्या घरात जाताना 10 मिळवावेत.

म्हणजे 92 चा पाढा तयार होईल.

संख्यांची गंमत .....(20)

12	22	32	42	52	62	72	82	92
24	44	64	84	104	124	144	164	184
36	66	96	126	156	186	216	246	276
48	88	128	168	208	248	288	328	368
60	110	160	210	260	310	360	410	460
72	132	192	252	312	372	432	492	552
84	154	224	294	364	434	504	574	644
96	176	256	336	416	496	576	656	736
108	198	288	378	468	558	648	738	828
120	220	320	420	520	620	720	820	920

वरीलप्रमाणे एकूण 9 गट आहेत. ह्या प्रत्येक गटासाठी स्वतंत्र नियम आहे हे खरे. परंतु हे 9 नियम कसे लक्षात ठेवावेत असा प्रश्नच तुम्हाला पडला असेल. त्यासाठी एक सोपी युक्ती आहे.

या प्रत्येक गटासाठी आपण 2 उभे स्तंभ एकाला एक चिकटवून करतो. त्यातील उजव्या बाजूचा स्तंभ कसा येतो ते पाहू या.

समजा एककाच्या घरातील अंक 3 आहे; तर 3 चा पाढा म्हणा. परंतु, फक्त एककाचे घरातील अंकच लिहा म्हणजे तो स्तंभ 3, 6, 9, 2, 5, 8, 1, 4, 7, 0 असा येईल. असा प्रत्येक गटासाठी उजव्या बाजूचा स्तंभ तुम्हाला तयार करता येईल.

एककाचे घरातील अंक 4, 6, 7, 8 साठी स्तंभ.

अनुक्रमे	4	6	7	8	असे येतील
	8	2	4	6	
	2	8	1	4	
	6	4	8	2	
	0	0	5	0	
	4	6	2	8	
	8	2	9	6	
	2	8	6	4	
	6	4	3	2	
	0	0	0	0	

संख्यांची गंमत .....(21)

आता प्रश्न राहिला डाव्या बाजूच्या स्तंभाचा. ह्यासाठी आपण 13 चा पाढा निहून त्याचे निरीक्षण करू या.

- 13 हे निरीक्षण केल्यावर आपल्याला असे लक्षात येईल की 13 मध्ये 3 च्या  
 26 मागील 1 मध्ये 1, 1, 2 1, 1, 2 1, 1, 2 असे मिळवित गेल्यास  
 39 हा स्तंभ मिळतो.  
 52 म्हणून 13 च्या वेळी नियम (1,1,2), (1,1,2), (1,1,2) असा होईल.  
 65 हाच नियम 23 साठी 1 मिळविल्यास होतो; म्हणजेच 23 च्या वेळी  
 78 नियम (2,2,3), (2,2,3), (2,2,3) असा होईल.  
 91 33 साठी 1 मिळविल्यास होतो; म्हणजेच 33 च्या वेळी नियम (3,3,4),  
 104 (3,3,4), (3,3,4) असा होईल.  
 117 याचप्रमाणे  
 130 14 साठी 1, 2, 1, 2, 1, 1, 2, 2, 2 असे मिळवावे लागतील.  
 24 साठी 2, 3, 2, 3, 2, 2, 3, 3, 3 असे मिळवावे लागतील.  
 16, 17, 18 साठी तुम्ही किती व कसे मिळवायचे ते शोधून काढा.

रोज फक्त एका गटाचा सराव केला तरी 9 दिवसात 99 पर्यंतचे सर्व पाढे आपल्याला लिहिता येतील.

### पाढा म्हणजे काय?

15 चा पाढा म्हणजे 15 मध्ये पुनःपुन्हा 15 मिळविणे. म्हणून खरं तर पाढा म्हणजे काय हे समजण्यासाठी तो एक वेळा 15 म्हणजे 15, दोन वेळा 15 म्हणजे 30, तीन वेळा 15 म्हणजे 45 असा म्हणावा.

आता हा 15 चा पाढा तयार होताना खरं तर दशकाच्या घरातील अंक प्रत्येक वेळी 1 ने वाढायला हवा. परंतु 15 + 15 ही हातच्याची बेरीज होते म्हणून 1 च्या ऐवजी 2 मिळवायचे. 30 + 15 ही बिन हातच्याची बेरीज म्हणून 1 मिळवायचा. या पद्धतीने ती बेरीज हातच्याची, बिनहातच्याची अशी एका आड एक होते. म्हणूनच 2, 1, 2, 1, ....., ....., असे मिळवावे लागतात. 25 चा पाढा करताना दशकातील अंक 2 ने वाढतो म्हणूनच हा नियमही 2, 1, 2, 1 चे ऐवजी 3, 2, 3, 2 असा होतो.

या रीतीने प्रत्येक गटाबाबत असलेले नियम समजावून घेतल्यास हेच लक्षात येईल की, जेव्हा हातच्याची बेरीज होते त्यावेळी दशकाच्या घरातील अंकापेक्षा 1 जास्त इतकी संख्या मिळवावी लागते.

संख्यांची गंमत .....(22)

हे सारे पाढे त्यातील नियम समजावून घेऊन करायचे ठरविले तरी ते पंधरा दिवसात पूर्ण होतात. असे पाढे करून पाहा आणि आकडेमोड कौशल्यात निष्णात व्हा.

13	23	33	43	53	63	73	83	93
26	46	66	86	106	126	146	166	186
39	69	99	129	159	189	219	249	279
52	92	132	172	212	252	292	332	372
65	115	165	215	265	315	365	415	465
78	138	198	258	318	378	438	498	558
91	161	231	301	371	441	511	581	651
104	184	264	344	424	504	584	664	744
117	207	297	387	477	567	657	747	837
130	230	330	430	530	630	730	830	930

14	24	34	44	54	64	74	84	94
28	48	68	88	108	128	148	168	188
42	72	102	132	162	192	222	252	282
56	96	136	176	216	256	296	336	376
70	120	170	220	270	320	370	420	470
84	144	204	264	324	384	444	504	564
98	168	238	308	378	448	518	588	658
112	192	272	352	432	512	592	672	752
126	216	306	396	486	576	666	756	846
140	240	340	440	540	640	730	840	940

गंमत संख्यांची.....(23)

16	26	36	46	56	66	76	86	96
32	52	72	92	112	132	152	172	192
48	78	108	138	168	198	228	258	288
64	104	144	184	224	264	304	344	384
80	130	180	230	280	330	380	430	480
96	156	216	276	336	396	456	516	576
112	182	252	322	392	462	532	602	672
128	208	288	368	448	528	608	688	768
144	234	324	414	504	594	684	774	864
160	260	360	460	560	660	760	860	960

18	28	38	48	58	68	78	88	98
36	56	76	96	116	136	156	176	196
54	84	114	144	174	204	234	264	294
72	112	152	192	232	272	312	352	392
90	140	190	240	290	340	390	440	490
108	168	228	288	348	408	468	528	588
126	196	266	336	406	476	546	616	686
144	224	304	384	464	544	624	704	784
162	252	342	432	522	612	702	792	882
180	280	380	480	580	680	780	880	980

★★★

नियमित आकृतींच्या क्षेत्रफळांसाठी सूत्रे  
(चाल : कटाव)

लांबी गुणिले रूंदी आयत।

कर्ण वर्गाची निम्मपट किंवा ॥ बाजू वर्गे मिळतो चौरस।  
कर्ण गुणाकाराची निम्मपट। समभुज चौकोनाशी संगत ॥  
पाया गुणिले उंची यासी। समांतर भुज चौकोनासी ॥  
पाया गुणिले उंची निम्मपट। त्रिकोणाशी जमते संगत।  
अर्ध परिमिती घेऊ ठरवूनी। कमी करू या बाजू त्यातूनी ॥  
फरक मिळतील तीन निराळे। गुणाकार करूनी मग घ्यारे ॥  
अर्धपरिमितीला गुणू मग याने। उत्तर मिळते जे क्रियेने ॥  
वर्गमूळ घेता संख्येचे। क्षेत्र त्रिकोणी क्षेत्राचे ॥

त्रिज्या वर्ग गुणिले पाय। वर्तुळ क्षेत्र मिळून जाय।

पाय गुणिले त्रिज्या दुप्पट। परीघ मिळतो अगदी झटपट ॥

चौकोन समांतर द्वी भुज ॥ किंवा नामे तो समलंब ॥  
भुजा समांतर मिळवून घ्याव्या। उंचीने मग गुणूया त्याला।  
निमपट करूनी उत्तराची। किंमत मिळते ह्या क्षेत्राची ॥

(चाल : आर्या)

समभुज त्रिकोणाच्या, क्षेत्रफळाचे सूत्र असे ते काय।  
वर्गमुळात तीन छेद चार, बाजू वर्गाने गुणता मिळून जाय ॥  
काटकोन त्रिकोणाचे, क्षेत्र कसे ते आता आम्ही मिळवू।  
कर्णोत्तर भुजांच्या, गुणाकाराची निम्मपट ठरवू ॥  
सुसम षटकोनाच्या, क्षेत्रफळासी कैसे ठरवावे।  
तीन वर्गमूळी तीन, बाजू वर्गाने तथा गुणून घ्यावे ॥  
निम्मपट उत्तराची, करता षटकोनाचे क्षेत्र मिळे।  
सर्व भुजांची बेरीज, हीच परिमिती सदैव अशी जुळे ॥

\*\*\*



पृष्ठफळ - घनफळ  
(चाल : कटाव)

त्रिज्या पाय तिरकस उंची, शंकू वक्रपृष्ठफळासी ।  
दंडगोलाचे वक्रपृष्ठफळ, जाणून घ्या तुम्ही सत्वर अटकळ ॥  
त्रिज्या उंची गुणिले पाय, दुप्पट करता मिळून जाय ।  
क्षेत्र तळाचे जाणून घेऊन, उंचीने मग गुणूया आपण ॥  
घनफळ मिळते लंबचितीचे, ध्यानी ठेवा सूत्र ऐसे ।  
एक छेद तिन पट वरील उत्तर, लंबसूचीचे घनफळ सत्वर ॥

(चाल : आर्या)

क्षेत्र उभ्या पृष्ठांचे, परिमिती गुणिले उंची करून मिळे ।  
सूत्रे ध्यानी ठेवा, गणितामध्ये मिळवू गुण सगळे ॥

(चाल : उद्धवा शांतवन कर जा)

एकूण पृष्ठ, गोलाचे चार पाय आर् वर्गे मिळते ।  
चार छेद तिन पाय आर् घनने, परि घनफळ याचे जुळते ॥

\*\*\*

बेरीज, गुणाकार, भागाकार, वजाबाकी  
(चाल - मंगल देशा, पवित्र देशा)

बेरीज करण्याचे समयाला, चिन्हे दोन्ही पहा ।  
समान असतील जर का चिन्हे, बेरीज करूनी घ्या ॥  
विरुद्ध चिन्हे असतील जर का, वजाबाकी करु ।  
उत्तरास मोठ्या संख्येचे, चिन्ह ध्यानी धरु ॥  
गुणाकार करण्याचे वेळी, गुणाकार करु या ।  
समान चिन्हे धन येतो जो, अन्य वेळी ऋण हो ॥  
भागाकाराच्या वेळीही, हेची ध्यानी ठेवा ।  
समान चिन्हे धन आणि मग, भिन्न चिन्ह ऋण हा ॥  
वजाबाकी करण्याच्या वेळी, गोंधळू नका कधी ।  
संख्या वजा करताना परि, चिन्ह बदलू आधी ।  
वरील नियमाने करु बेरीज, चुकवू नका कधीही ॥  
अंक गणित बिजगणितामध्ये, नियम उपयोगी ।

\*\*\*